

Technischer Bericht Nr. 120  
des Heinrich-Hertz-Instituts  
- Berlin-Charlottenburg -

ZEITOPTIMALE SYNTHESE VON LINEAREN  
PERIODISCHEN SYSTEMEN

2. Ordnung

Von der Fakultät für Elektrotechnik  
der Technischen Universität Berlin  
zur Verleihung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Hans-Georg Müller

aus Berlin

Berlin 1970

D 83



ZEITOPTIMALE SYNTHESE VON LINEAREN

PERIODISCHEN SYSTEMEN

2. Ordnung

Von der Fakultät für Elektrotechnik  
der Technischen Universität Berlin  
zur Verleihung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Hans-Georg Müller

aus Berlin

Berlin 1970

D 83



Mündliche Prüfung am 5. Juni 1970

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. L. Cremer

Berichter: Prof. Dr.-phil. nat. G. Schneider

Berichter: Prof. Dr. W. Gerlach

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Heinrich-Hertz-Institut, Abteilung Regelungstechnik.

Dem Leiter der Abteilung, Prof. Dr. phil. nat. Gerd Schneider danke ich sehr für die Anregung und Förderung der Arbeit.

Herrn Prof. Dr. W. Gerlach danke ich für das entgegengebrachte Interesse an der Arbeit.



## INHALTSVERZEICHNIS

		Seite
1	Zusammenfassung	2
2	Einleitung und Problemstellung	3
3	Bestimmung der Anzahl der Umschaltungen bei optimaler Steuerung	9
4	Ermittlung des zeitoptimalen Steuergesetzes	42
5	Zeitoptimale Synthese	66
6	Beispiel	73
7	Literaturverzeichnis	82
8	Symbolverzeichnis	83
9	Anhang I	84
10	Anhang II	94
11	Anhang III	102
12	Anhang IV	111

### 1. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die Ergebnisse der zeitoptimalen Steuerung und Synthese für zeitkonstante lineare Systeme 2. Ordnung auf lineare Systeme 2. Ordnung mit periodischen Koeffizienten übertragen.

Die Aufgabenstellung besteht darin, daß die Ausgangsgröße möglichst schnell einer zum Zeitpunkt  $t=0$  aufgeschalteten Sprungfunktion folgt. Durch eine entsprechende Transformation kann dieses Problem auf das folgende reduziert werden: Gegeben sei das System

$$(1.1) \quad \dot{x} = A(t)x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} (u + f(t))$$

Der Anfangspunkt soll in minimaler Zeit in den Ursprung gebracht werden und dort bleiben.

Mit Hilfe des Maximumprinzips von Pontryagin werden Aussagen über die Anzahl der Umschaltungen der optimalen Steuerfunktion gemacht. Mittels einer nichtsingulären Transformation  $M(t)$  wird das System (1.1) auf das folgende "reduziert":

$$(1.2) \quad \dot{y} = A_1 y + M'(t) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} (u + f(t))$$

Hierbei ist  $A_1$  eine konstante Matrix.

Für reelle Eigenwerte von  $A_1$  wird das zeitoptimale Steuergesetz zu (1.2) und damit auch zu (1.1) angegeben.

Der optimale Verlauf der Ausgangsgröße wird schließlich hinsichtlich seines Überschwingverhaltens untersucht. Es wird speziell angegeben, wann dieser Verlauf kein Überschwingen aufweist. Abschließend wird ein Beispiel ausführlich behandelt.