

Über symmetrische Kippschwingungen und ihre Synchronisierung

(Mitteilung aus dem Heinrich-Hertz-Institut für Schwingungsforschung.)

Von H. E. Hollmann, Berlin.

Einleitung.

Wegen einiger besonderer Eigentümlichkeiten, als welche die beliebig auszugestaltende Kurvenform und der sich daraus ergebende Reichtum an Harmonischen angeführt seien, nehmen die Relaxations- oder Kippschwingungen, wie sie z. B. die bekannte Blinkschaltung einer Glimmlampe liefert, eine besondere Stellung in der Schwingungstechnik ein und lassen sie für einige Sonderzwecke geeignet erscheinen. Hier sei nur hingewiesen auf die synchrone Ablenkung des Lichtflecks einer Braunschen Röhre, sei es zur Untersuchung von Schwingungsvorgängen¹⁾ oder für die Zwecke des Fernsehens²⁾, auf ein automatisches Nachhall- und Dämpfungsmeßverfahren³⁾ oder aber auf die Synchronisierung zweier oder mehrerer Frequenzen in bestimmtem Verhältnis zueinander, welche z. B. von Mercier⁴⁾ in 6 Kaskaden über einen Frequenzbereich von $1,5 \cdot 10^8$ erstreckt werden konnte.

Wird einem beliebigen schwingungsfähigen Gebilde eine fremde Sinusschwingung aufgedrückt, so wird es innerhalb eines begrenzten Bereichs von dieser äußeren Kraft mitgenommen und führt erzwungene Schwingungen aus. Diese als „Ziehen“ und „Mitnahme“ bekannte Erscheinung tritt auch bei Relaxationsschwingungen auf und ist von verschiedenen Seiten theoretisch und experimentell untersucht worden. So koppelt Leyshon⁵⁾ eine Stimmgabel elektromagnetisch mit einer Blinkschaltung und entwickelt unter bestimmten Voraussetzungen eine Theorie, welche sich hauptsächlich auf die Phasenverhältnisse im Synchronisierungsbereich bezieht. Allgemeiner behandelt Hudec⁶⁾ die erzwungenen Kippschwingungen, wobei er hinsichtlich der Phasenbeziehungen zu

ähnlichen Ergebnissen kommt, doch erstreckt sich seine Theorie nicht nur auf den Fall, daß die eingeführte Wechselfrequenz und die erzwungene Kippfrequenz unmittelbar gleich sind, sondern, wie es bei dem obigen Versuch Merciers der Fall ist, in einem beliebigen ganzzahligen Verhältnis zueinander stehen.

Durch den vollkommen unsymmetrischen Verlauf der Kippschwingungen einer Glimmlampe in Blinkschaltung, wobei die Entladezeit des Energiespeichers gegenüber der Ladezeit meist vernachlässigbar kurz ist, wird die Betrachtung der Synchronisierungsverhältnisse sehr erschwert. Weit aus

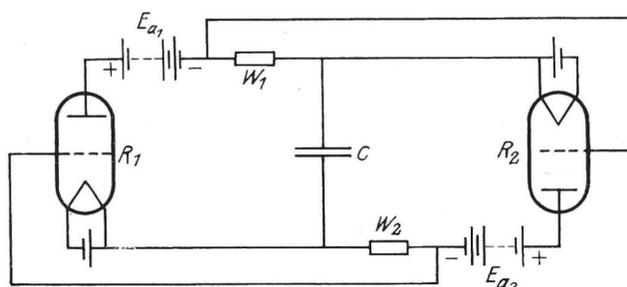


Abb. 1. Symmetrische Röhrenkippschaltung von Frühauf.

einfacher sind die Vorgänge bei symmetrischen Kippschwingungen, wie sie z. B. der bekannte Multivibrator von Abraham und Bloch⁷⁾ liefert, zu übersehen. Dies hat seine Ursache in erster Linie darin, daß ebenso wie bei der eingeführten sinusförmigen Synchronisierungskraft auch die positiven und negativen Amplituden der Kippschwingung um genau 180 Grad phasenverschoben sind. An Übersichtlichkeit und Einfachheit der theoretischen Behandlung ist dem Multivibrator eine von Frühauf erstmalig beschriebene Kippschaltung zweier Elektronenröhren überlegen⁸⁾, welche aus dem Multivibrator dadurch entstanden gedacht werden kann, daß die Widerstands-Kapazitäts-Kopplungen beider Röhren durch eine Gleichstromkopplung über getrennte Abriegelungsbatte-

1) M. Brenzinger: Arch. f. El. **24**, S. 80, 1930.

2) M. v. Ardenne: Fernsehen **1**, S. 193, 1930.

3) H. E. Hollmann und Th. Schultes: ENT **8**, 387, 1931.

4) M. Mercier: Comptes Rend. **174**, S. 448, 1922.

5) W. A. Leyshon: Phil. Mag. **4**, S. 305, 1927.

6) A. Hudec: Arch. f. El. **22**, S. 459, 1928.

7) F. Abraham und Bloch: Ann. de Phys. **12**, S. 237, 1919.

8) W. Frühauf: Arch. f. El. **21**, S. 471, 1927.

rien ersetzt werden. Dadurch wird die statische Aufnahme der Kippspannungen und des Kippdiagramms genau so wie bei der Glimmlampe möglich. In der Abb. 1 ist die Schaltung Frühaufs dargestellt, und ihre Wirkungsweise sei zunächst eingehend behandelt mit dem Ziel, aus den Dimensionen der Schaltelemente und den Röhrenkennlinien das Kippdiagramm zu konstruieren und die Kippfrequenz zu bestimmen.

I. Die Wirkungsweise der symmetrischen Kippschaltung.

Die Schaltung besteht aus dem Kondensator C als Energiespeicher und den beiden gegeneinandergeschalteten Röhren R_1 und R_2 mit ihren getrennten Heizbatterien und Anodenspannungen E_{a1} und E_{a2} . Im Anodenkreis jeder Röhre liegt zwischen Kathode und Anodenbatterie ein Widerstand W_1 und W_2 , dessen Spannungsabfall jeweils dem Gitter der anderen Röhre R_2 oder R_1 zugeführt wird. Durch diese Maßnahme sind beide Röhren über die Beziehung:

$$E_{g1} = I_{a2} \cdot W_2 \text{ und } E_{g2} = I_{a1} \cdot W_1 \quad (1)$$

miteinander gekoppelt. Tritt daher z. B. in der Röhre 1 ein Anodenstrom auf, so erhält die Röhre 2 ein negatives Gitterpotential, wobei, wie aus den späteren Betrachtungen noch genauer folgen wird, die Verhältnisse so bemessen sein müssen, daß für maximales I_{a1} , d. h. für den bei E_{g1} gleich Null auftretenden Grenzwert des Anodenstroms, die Gitterspannung der Röhre 2 so stark negativ wird, daß ihr Strom vollkommen auf Null absinkt, was natürlich analog auch hinsichtlich I_{a1} gilt.

Unter dieser Voraussetzung erklärt sich die Wirkungsweise der Schaltung folgendermaßen: Zunächst sei Röhre 1 geschlossen, d. h. ihre Gitterspannung sei Null, so daß nach der Voraussetzung die Röhre 2 offen, d. h. durch den negativen Spannungsabfall an W_1 abgeriegelt ist. Nunmehr wird der Kondensator von der Batterie E_{a1} über die Röhre 1 und W_1 aufgeladen. Damit nimmt aber der Ladestrom und damit auch E_{g2} exponentiell ab bis zu dem Punkt, an dem in der abgeriegelten Röhre 2 ein Anodenstrom zu fließen beginnt. Dieser verschiebt seinerseits das Gitterpotential der Röhre 1 ins Negative, wodurch eine weitere Abnahme von I_{a1} herbeigeführt wird, so daß die absinkende Gitterspannung E_{g2} wiederum

ein Ansteigen von I_{a2} bewirkt und so fort. Man erkennt, daß der Punkt, an dem in der jeweils abgeriegelten Röhre der Strom einzusetzen beginnt, labil ist und die Kippung einleitet. Während des Kipprozesses schließt sich dann die Röhre 2 vollkommen, während die Röhre 1 geöffnet wird. Nach der Kippung liegen also die Verhältnisse gerade umgekehrt wie zu Beginn der Betrachtung, und der Vorgang kann sich ganz analog in umgekehrter Richtung abspielen, nur mit dem Unterschied, daß sich der Kondensator nicht mehr von der Spannung Null an auflädt, sondern jetzt durch die Batterie E_{a2} umgeladen wird; nach dem Einschwingen der ersten Halbperiode findet die Umladung natürlich in gleicher Weise in beiden Richtungen statt. Dadurch unterscheidet sich die vorliegende Schaltung von der Glimmlampenblink-

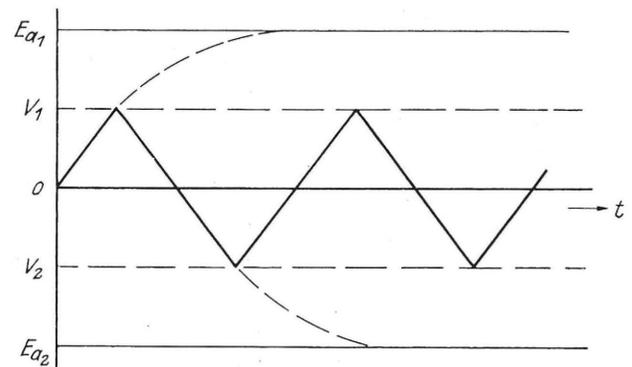


Abb. 2. Diagramm der symmetrischen Kippschwingungen.

schaltung, daß „Zünd- und Löschspannung“ V_1 und V_2 entgegengesetztes Vorzeichen haben, und daß infolgedessen die Kondensatorspannung V_c , wie aus dem Diagramm der Abb. 2 zu ersehen ist, zwischen diesen beiden Werten um das Nullpotential hin und her schwankt; weil „Lade- und Entladevorgang“ vollständig gleichwertig geworden sind, müssen auch die Schwingungen völlig symmetrisch sein.

Um die Arbeitsweise der Schaltung an Hand der Röhrenkennlinien, welche offenbar den Kippprozeß in erster Linie bestimmen, näher zu betrachten, um vor allem die Höhe der Kippspannungen V_1 und V_2 aus den elektrischen Daten der Anordnung zu bestimmen, ist zu beachten, daß das Anodenpotential V_{a1} und V_{a2} beider Röhren nicht unmittelbar gleich der konstanten Batteriespannung E_a , sondern um den Momentanwert der Kondensatorspannung V_c vermehrt oder vermindert ist, was durch die Beziehung:

$$W_1 = \frac{E_{g20}}{I_{a10}} \text{ und } W_2 = \frac{E_{g10}}{I_{a20}} \quad (3)$$

II. Konstruktion des Kippdiagramms und Berechnung der Relaxationsfrequenz.

Ersetzt man die Kondensatorspannung V_c durch eine mittels eines Potentiometers beliebig einzu-regulierende Spannung V , so lassen sich die beiden

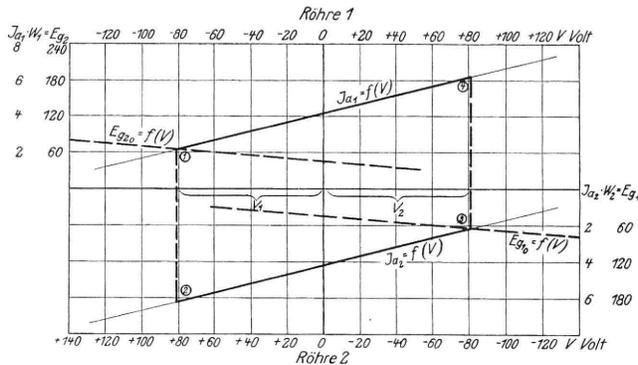


Abb. 4. Das Kippdiagramm.

Kippspannungen V_1 und V_2 auf ebensolche Weise wie bei einer Glimmlampe messen. Trägt man die Anodenströme I_{a1} und I_{a2} als Funktion von V auf, so erhält man das in Abb.4 dargestellte Kippdiagramm. Es läßt sich bei gegebenen Röhrenkennlinien und Widerständen W auf Grund folgender Überlegung auf einfache Weise graphisch konstruieren:

Die obere und untere Begrenzungslinie des Kippdiagramms wird gebildet aus der Arbeitskennlinie $I_a = f(V)$, welche sich aus der dynamischen Kennlinienschar abgreifen läßt. Das die Kippunkte 1 und 3 bestimmende Einsetzen des Anodenstroms in der abgeriegelten Röhre wird durch die gestrichelte Gerade in das Diagramm eingeführt, welche die kritische Gitterspannung E_{g0} , welche ebenfalls aus dem Kennliniendiagramm zu entnehmen ist, als Funktion von V darstellt, und wobei sich der Ordinatenmaßstab wiederum nach Gleichung (1) aus W und I_a bestimmt. Die Kippunkte 1 und 3 ergeben sich dann als Schnittpunkte dieser Geraden mit den Arbeitskennlinien, während die oberen Kippunkte 2 und 4 durch die den Schnittpunkten 1 und 3 zugeordneten Ordinaten auf den Arbeitskennlinien abgegriffen werden. Es zeigt sich eine weitgehende Übereinstimmung der solchermaßen konstruierten mit den experimentell aufgenommenen Diagrammen.

Legt man die Kondensatorspannung V_c an die Ablenkplatten einer Braunschen Röhre, während man die Ablenkung durch den Kondensatorstrom auf magnetischem Wege oder durch den Spannungsabfall an einem dem Kondensator vorgeschalteten Widerstand vornehmen läßt, so erhält man auf dem Schirm das Kippdiagramm, von dem die Abb. 5a eine Aufnahme wiedergibt. In der Abb. 5b ist schließlich eine Aufnahme der Kondensatorspannung mit bewegter Platte wiedergegeben, welche die symmetrische Dreiecksform der Kippschwingung erkennen läßt.

Zur Berechnung der Kippfrequenz einer Glimmlampenblinkschaltung wurde von Righi⁹⁾ die Gleichung angegeben:

$$T = W \cdot C \ln \frac{E - V_2}{E - V_1} + R_i \cdot C \ln \frac{V_1}{V_2} \quad (4)$$

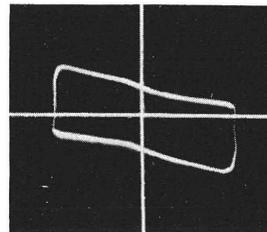
worin sich der erste Ausdruck auf die Lade- und der zweite auf die Entladeperiode bezieht, und worin W den dem Kondensator vorgeschalteten Ladewiderstand, C die Kapazität, E die Ladespannung, V_1 und V_2 die Zünd- und Löschspannung und R_i den inneren Widerstand der Glimmlampe bedeuten.

Für die symmetrische Röhrenkippschaltung mit gleicher Lade- und Entladeperiode ist in obiger Formel lediglich die verschiedene Polarität von V_1 und V_2 sowie der gegen den Ladewiderstand W nicht mehr zu vernachlässigende innere Röhrenwiderstand R_i zu berücksichtigen, so daß man für die volle Periodendauer T erhält:

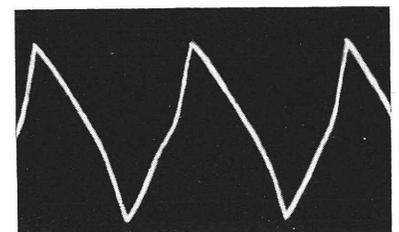
$$T = 2 \cdot C (W + R_i) \ln \frac{E + V_2}{E - V_1} \quad (5)$$

Die Kippspannungen V_1 und V_2 können aus dem Kippdiagramm abgegriffen werden, lassen sich jedoch bei gegebenen Röhrendaten auf folgende Weise leicht errechnen.

⁹⁾ A. Righi: Rend. d. Ac. de Bol. 1902, S. 184.



a)



b)

Abb. 5. Oszillogramme: a) des Kippdiagramms, b) der Kondensatorspannung.

Offenbar stellt das auf der Abszissenachse der Abb. 3 mit dE_g bezeichnete Stück die im Maßstab des Parameters, d. h. der Anodenspannung auf die Abszisse übertragene Kippspannung V dar. Seine Größe folgt aus den der gegebenen dynamischen Kennlinie zu entnehmenden Werten für die kritische Gitterspannung E_{g0} und den Anodenruhestrom I_{a0} zu:

$$dE_g = I_{a0} \cdot W - E_{g0} - D \cdot V. \quad (6)$$

Die Umrechnung von dE_g auf den Parameter $dE_a = V$ geschieht in dem stark schraffierten Dreieck der Abb. 3, dessen Winkel α aus der Steilheit der dynamischen Röhrenkennlinie bekannt, und dessen eine Kathete ebenfalls gleich $D \cdot V$ ist und ergibt:

$$\tan \alpha = S_{\text{dyn}} = \frac{dI_a}{D \cdot V} = \frac{dE_g}{W D V},$$

woraus sich dE_g zu $dE_g = S_{\text{dyn}} W \cdot D \cdot V$ ergibt. Dies in Gleichung (6) eingesetzt, ergibt:

$$V = \frac{I_{a0} W - E_{g0}}{D(1 + S W)}. \quad (7)$$

Für die dem Kippdiagramm der Abb. 4 zugrunde liegende Röhrentype RE 504 erhält man aus ihren dynamischen Kennlinien bei einem Belastungswiderstand von $3 \cdot 10^4$ Ohm die folgenden Daten:

$$\begin{aligned} I_{a0} &= 4,2 \text{ mA}, \\ E_{g0} &= 41 \text{ V}, \\ D &= 23\%_0, \\ S_{\text{dyn}} &= 0,117 \text{ mA/V}. \end{aligned}$$

Hierfür erhält man aus Gleichung (7) eine Kippspannung V von 81,6 Volt, die mit den aus dem Kippdiagramm graphisch ermittelten Werten, soweit es die Genauigkeit der zeichnerischen Darstellung zuläßt, übereinstimmt. Für die weiteren Bestimmungsstücke des Kippdiagramms, nämlich $E_{a1} = E_{a2} = 190$ Volt erhält man bei einem mittleren inneren Röhrenwiderstand R_i von $12 \cdot 10^3$ Ohm und einer Kapazität von $0,024 \cdot 10^{-6}$ Farad aus Gleichung (5) eine Kippfrequenz von 521 Hz, welche durch Vergleich mit einem Überlagerungssummeer bis auf etwa 1% genau nachgeprüft werden konnte. Im Vergleich zu der Kippfrequenz einer Glimmlampe ist dieser Fehler, der zudem auch durch die begrenzte Meßgenauigkeit des Röhrensummers verursacht ist, als gering zu bezeichnen.

Aus Gleichung (7) ist zu entnehmen, in welcher Weise die Kippspannung von dem Widerstand W

und den durch die dynamische Röhrenkennlinie gegebenen Werten I_{a0} , E_{g0} , S und D abhängt. Während aber E_{g0} und D unabhängig von W sind, gilt dies nicht für die beiden übrigen Größen, denn sowohl der Ruhestrom I_{a0} als auch die dynamische Steilheit S sind ihrerseits wieder eine

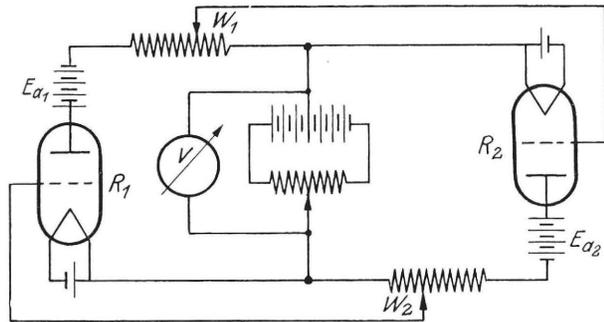


Abb. 6. Kippschaltung mit Potentiometerregulierung.

Funktion von W , weshalb die Gleichung (7) die Funktion $V = f(W)$ noch nicht eindeutig wiedergibt. Diese Schwierigkeit kann jedoch auf einfache Weise beseitigt werden, wenn man lediglich $\frac{E_g}{I_a} = W$ variiert, ohne dadurch die dynamische Kennlinie selbst zu beeinflussen, was praktisch dadurch erzielt wird, daß die Gitterspannung E_g

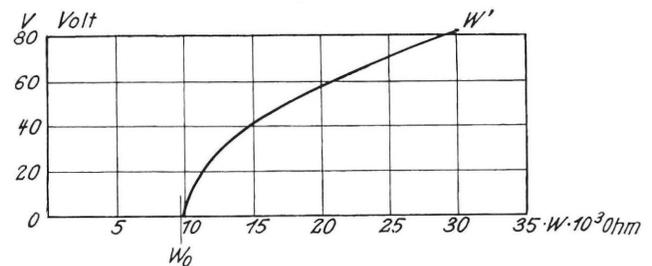


Abb. 7. Die Kippspannung als Funktion des Potentiometerwiderstands.

nicht am Endpunkt des Widerstands W , sondern an einem verschiebbaren Schleifkontakt abgegriffen wird, wie aus dem Schaltbild der Abb. 6 zu ersehen ist. In diesem Schema ist gleichzeitig an Stelle des Kondensators C die zur Aufnahme der Kippspannungen und des Kippdiagramms dienende Potentiometeranordnung mit eingezeichnet. Nunmehr ist für W nur der zwischen Kathode und Schleifer liegende Teilwiderstand in die Gleichung (7) einzusetzen, wohingegen der gesamte Potentiometerwiderstand W' lediglich bei der Konstruktion und Auswertung der dynamischen Kennlinie, d. h. bei der Bestimmung von S und I_{a0}

eine Rolle spielt. Auf Grund dieser praktischen Vereinfachung ist für das obige Beispiel der Verlauf von V als Funktion von W errechnet und in Abb. 7 graphisch dargestellt. Die Kurve gibt an, in welcher Weise V mit abnehmendem Widerstand W absinkt, und zwar ausgehend von dem Gesamtwiderstand W' von $30 \cdot 10^3$ Ohm, um bei dem durch Gleichung (3) zu $9,75 \cdot 10^3$ Ohm bestimmten Grenzwiderstand zu Null zu werden. Während im Bereich hoher Kippspannungen die berechneten Werte mit den gemessenen genau übereinstimmen, machen sich bei kleineren Spannungen V praktisch nicht ganz zu vermeidende Unsymmetrien, wie sie z. B. durch die verschiedene Krümmung der Röhrenkennlinien verursacht werden, immer stärker bemerkbar.

III. Die Synchronisierungsbereiche.

Wird unmittelbar vor dem Kondensator C eine Gleichspannung in die Kipperschaltung eingeführt, so macht sich dieses in einer Vertikalverschiebung des ganzen Kippdiagramms bemerkbar, indem die eine Kippspannung um den Gleichspannungsbetrag vergrößert, die andere um denselben Betrag vermindert wird, ohne daß eine Änderung der Kippfrequenz selbst stattfindet. Wird die Gleichspannung aber durch eine Wechselspannung ersetzt, so sind die um 180 Grad phasenverschobenen Kippspannungen mit den eingeführten Wechselspannungen vektoriell zu addieren. An anderer Stelle ist dargelegt, wie sich unter diesen Umständen in der Glimmlampenblinkschaltung für eine konstante Wechselspannung ein oberer und unterer Grenzwert der Kippfrequenz ergibt, welche die Grenzen des Synchronisierungsbereichs, innerhalb dessen die Kippfrequenz von der eingeführten Fremdfrequenz mitgezogen wird, darstellen¹⁰⁾. Für die symmetrische Kipperschaltung sind diese beiden, sich durch eine Phasendrehung von 180 Grad unterscheidenden Grenzzustände in den Diagrammen der Abb. 8a und c dargestellt, während in der Mittellage der Abb. 8b, d. h. bei einer Phasenverschiebung der Synchronisierungsspannung um 90 Grad, keine Beeinflussung der Kippfrequenz stattfindet. Wird daher die Frequenz der eingeführten Wechselspannung unter Konstanzhaltung ihrer Amplitude stetig erhöht, so setzt die Synchronisierung bei der unteren Grenzfrequenz n_1 ein, dann folgt die Kippschwingung

exakt der Synchronisierungsfrequenz unter stetiger Drehung des Phasenwinkels φ , bis bei $\varphi = 180$ Grad die obere Grenzfrequenz n_2 erreicht wird, die Kippschwingungen außer Tritt fallen und in den von Hudec als wilde Schwingungen bezeichneten unstillen Schwingungszustand übergehen. Offensichtlich ist die untere und obere Grenzfrequenz von der Höhe der eingeführten Wechselspannung abhängig, und die Breite des Synchronisierungsbereichs wird mit wachsender Spannungsamplitude zunehmen.

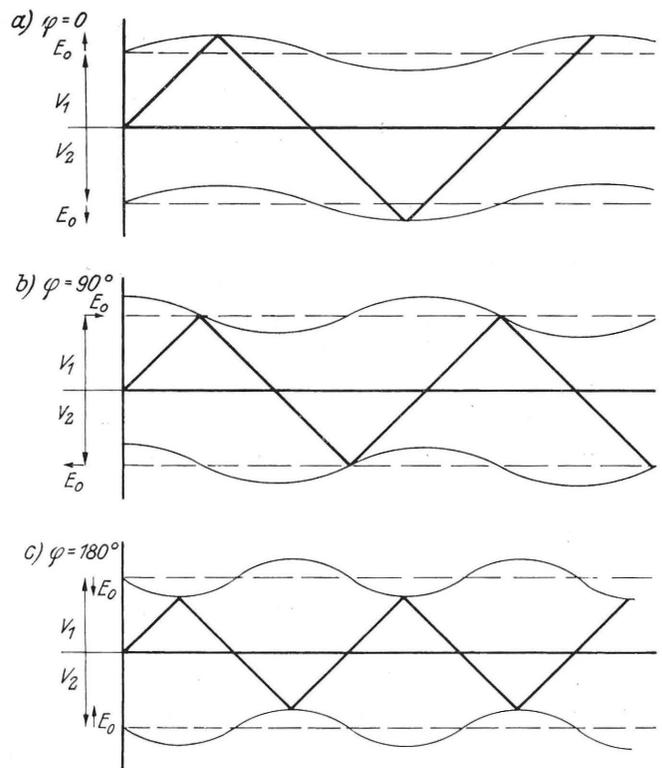


Abb. 8. Graphische Darstellung der Synchronisierung bei verschiedenen Phasenwinkeln φ .

Es liegt nahe, die in der Abb. 8 für den Fall, daß die Relaxationsfrequenz angenähert mit der Fremdfrequenz übereinstimmt, angestellten Betrachtungen auf höhere Synchronisierungsfrequenzen anzuwenden, wobei analoge Synchronisierungsvorgänge auch in den ganzzahligen Vielfachen der Grundschwingung zu erwarten sind. In der Tat findet eine durch die Grenzen n_1 und n_2 gekennzeichnete Synchronisierung nach Abb. 9a wieder statt, wenn das Frequenzverhältnis n z. B. 3, 5, 7 . . . usw. beträgt; betrachtet man indessen die geradzahigen Verhältnisse, z. B. $n = 2$ in Abb. 9b, so erkennt man, daß sich nunmehr die Wechselspannung in ihrer Wirkung auf die Re-

¹⁰⁾ H. E. Hollmann: ENT 6, S. 253, 1929.

laxationsfrequenz wie eine Gleichspannung verhält, indem sie zwar die Absolutbeträge von V_1 und V_2 verändert, ohne aber den Betrag der Kippspannung des Kondensators selbst, der ja

$$T_s = 2 \cdot C (W + R_i) \ln \frac{E + V_2 + e_0 \cos \varphi}{E - V_1 + e_0 \cos (n \pi + \varphi)} \quad (9)$$

Ersichtlich gibt die Gleichung (9) für die Grenzwerte von $\varphi = 0^\circ$ und 180° die obere und untere Grenzfrequenz als Funktion der Scheitelspannung e_0 , während sich bei konstanter Spannung e_0 alle möglichen Zwischenwerte als Funktion des Phasenwinkels φ ergeben. Je nachdem indessen, ob n gerad- und ungeradzahlig ist, erhält man verschiedene Frequenzwerte, wie die für das oben behandelte Beispiel einer freien Relaxationsfrequenz von 521 Hz und für eine konstante Wechselspannung von 11,5 Volt errechneten und in der folgenden Tabelle zusammengestellten Grenzfrequenzen erkennen lassen.

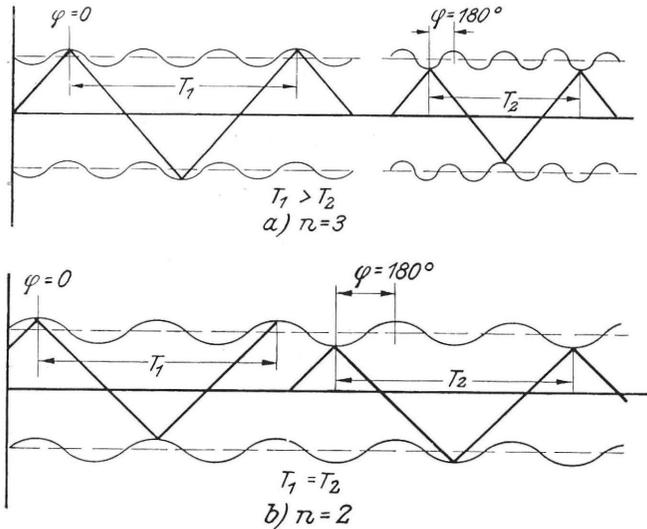


Abb. 9. Die Synchronisierung im Bereich a) ungeradzahlig und b) geradzahlig Vielfacher der freien Kippfrequenz.

n	1, 3, 5 ...	2, 4, 6 ...
Untere Grenzfrequenz ν_1	437	476 Hz
φ	0	180 Grad
Obere Grenzfrequenz ν_2	611	549 Hz
φ	180	0 Grad
Synchronisierungsbereich $\Delta \nu$..	174	73 Hz

für die Frequenz ausschlaggebend ist, zu beeinträchtigen. Es ist daraus zu schließen, daß in den Bereichen geradzahlig Ober-schwingungen der freien Relaxationsfrequenz überhaupt keine Synchronisierung mehr möglich ist.

Während sich also für die ungeradzahlig Vielfachen n die Synchronisierungsbereiche über 174 Hz erstrecken, haben sie sich für die geradzahlig n -Werte auf 73 Hz zusammengezogen.

Rechnerisch lassen sich die Verhältnisse leicht erfassen, wenn in Gleichung (5) den Kippspannungen V_1 und V_2 die Synchronisierungsspannung $e_0 \cos(\omega t + \varphi)$ überlagert wird. So ergibt sich für die synchronisierte Periodendauer T_c die Beziehung:

In der Abb. 10 sind die experimentell ausgemessenen Synchronisierungsbereiche wiedergegeben, wobei als Abszisse die Synchronisierungsfrequenz und als Ordinaten die erzwungene Kippfrequenz aufgetragen ist; die gestrichelten Horizontalen geben die der Gleichung (9) entsprechenden Grenzfrequenzen an. Bei den ungeradzahlig Ober-schwingungen ist die Übereinstimmung zwischen Experiment und Rechnung recht gut, während in den geradzahlig Bereichen die experimentellen Werte hinter den theoretischen zurückbleiben.

$$T_s = 2 \cdot C (W + R_i) \ln \frac{E + V_2 + e_0 \cos(\omega t + \varphi)}{E - V_1 + e_0 \cos(\omega t + \varphi + \frac{\omega t}{2})} \quad (8)$$

wobei die Gegenphase der Wechselspannung e_0 im unteren und oberen Kippunkt statt durch Umkehr des Vorzeichens allgemein durch den Phasenwinkel $\frac{\omega t}{2}$ zum Ausdruck gebracht wird. Ferner ist innerhalb des Synchronisierungsbereichs ωt gleich $n 2 \pi$, woraus sich für T_s nunmehr die Gleichung ergibt:

Nach den an die Darstellung der Abb. 8b an-

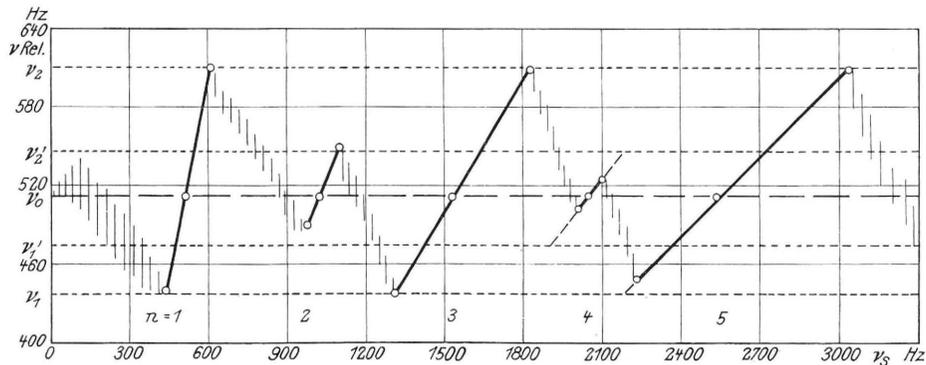


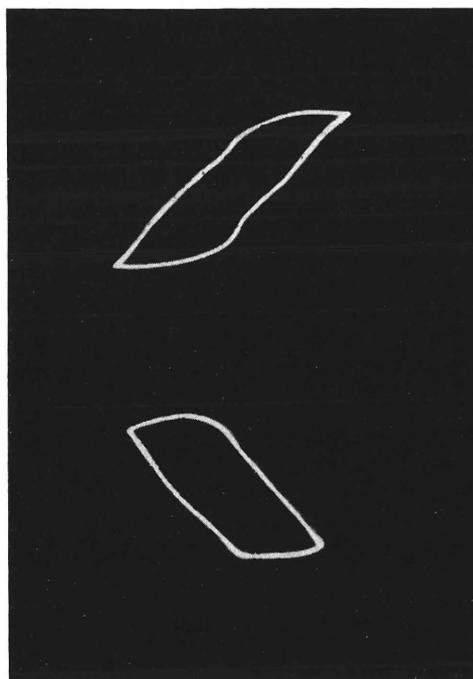
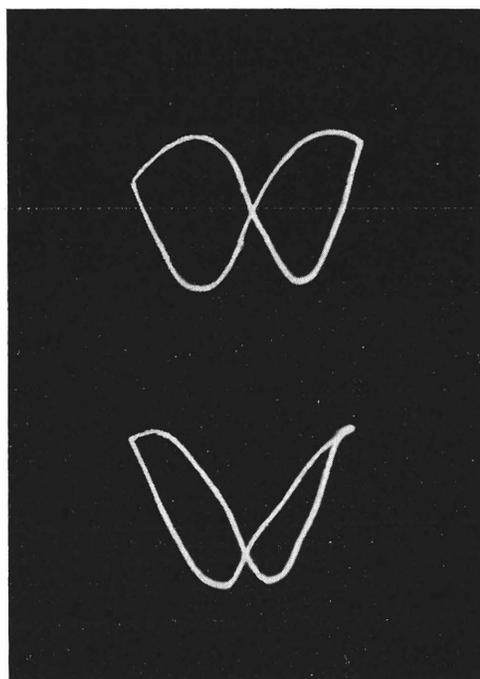
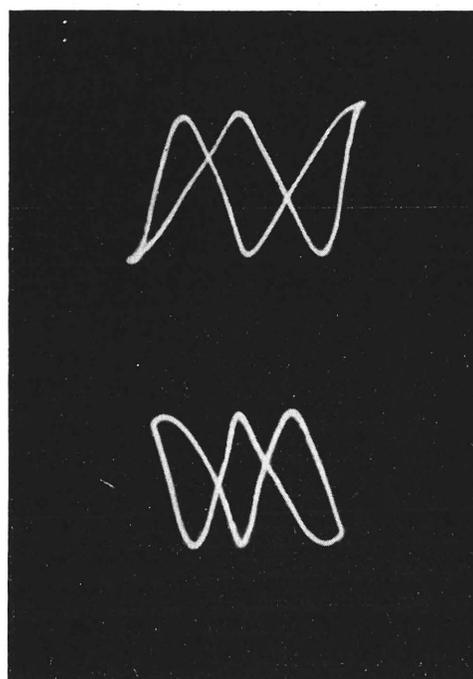
Abb. 10. Experimentell aufgenommene Synchronisierungsbereiche.

geknüpften Betrachtungen ist eigentlich zu erwarten, daß die geradzahigen Synchronisierungsbereiche sich auf einen Punkt, nämlich die freie Relaxationsfrequenz, zusammenziehen. Offenbar wird diese theoretische Forderung indes nicht erfüllt, und das hat seine Ursache in einer geringen Abweichung der Schwingungsform von der theoretischen Dreieckskurve, die nur dann absolut rein erhalten wird, wenn die Batteriespannung E sehr groß gegenüber den Kippspannungen und der Synchronisierungsspannung ist, in welchem Fall nämlich auf einem vollkommen linearen Teil der Kondensatorladekurve gearbeitet wird. Nur unter dieser Voraussetzung verschwinden die geradzahigen Synchronisierungsbereiche tatsächlich.

Wie die in der Tabelle für den Phasenwinkel φ mitange-

die Synchronisierungsfrequenzen innerhalb der Grenzen ν_1 und ν_2 bekannt sind, läßt sich der Verlauf des Phasenwinkels innerhalb der Synchronisierungsbereiche

aus Gleichung (9) errechnen. Durch Beobachtung mit der Braunschen Röhre konnten die theoretischen Phasenbeziehungen bestätigt werden. Wurde nämlich an das eine Ablenkplattenpaar die Synchronisierungsspannung $e_0 \cos(\omega t)$, an das andere aber die erzwungene Relaxationsfrequenz gelegt, so ergaben sich für $n = 1, 2$ und 3 die in den Abb. 11 a bis c wiedergegebenen Bilder, welche deutlich die Phasendrehung zwischen oberer und unterer Grenzfrequenz erkennen lassen, und zwar für $n = 1$ und 3 um 180 Grad, wogegen für $n = 2$ der Phasenwinkel offensichtlich wesentlich geringer ist. Neben diesen Phasenbeziehungen zeigen die Oszillo-

a) $n = 1$.b) $n = 2$.c) $n = 3$.Abb. 11. Oszillogramme der Grenzfrequenzen bei $n = 1, 2$ und 3 .

gebenen Werte erkennen lassen, ändert sich dieser in den ungeradzahigen Oberschwingungsbereichen von 0 bis 180 Grad, um die geradzahigen Bereiche dann in umgekehrtem Sinne zu durchlaufen. Da

gramme a und c auch deutlich das Zusammenziehen der Schwingungsamplitude auf der Abszisse von $2V_1$ auf $2V_2$, während im Fall b die Schwingungsamplitude der oberen und unteren Grenzfrequenz

nahezu unverändert ist, wie es mit den vorhergehenden Betrachtungen in voller Übereinstimmung steht.

Außerhalb der Synchronisierungsbereiche treten unbestimmbar Kippfrequenzen auf, die den von Hudec als „wilde“ und „zyklische“ Schwingungen bezeichneten Vorgängen entsprechen und auf dem Schirm der Braunschen Röhre recht verwickelte Bilder ergeben. Als Beispiel seien in der Abb. 12 zwei zwischen $n = 1$ und 2, sowie

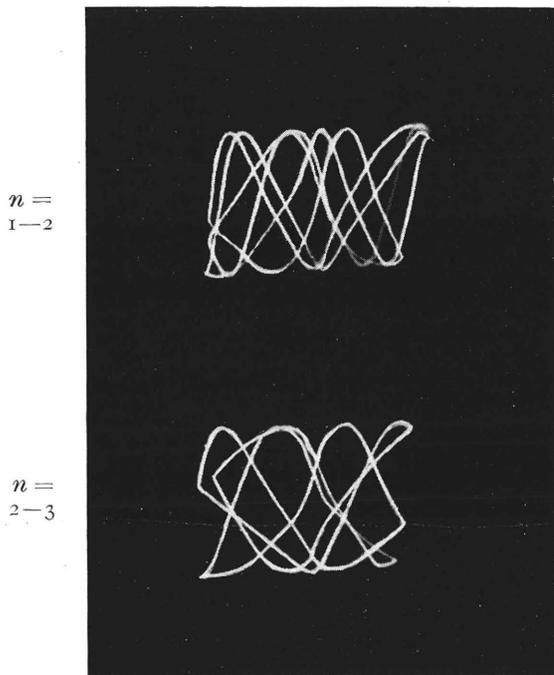


Abb. 12. Wilde Schwingungen im Oszillogramm.

zwischen $n = 2$ und 3 aufgenommene Oszillogramme wiedergegeben, deren Analyse äußerst kompliziert sein dürfte und unter dem vorliegenden Thema nicht von Interesse ist.

IV. Frequenzdemultiplikation.

Während bei den bisherigen Versuchen die freie Relaxationsfrequenz unverändert belassen und nur die eingeführte Wechselspannung variiert wurde, kann man die Synchronisierung ebensogut umkehren, indem bei konstanter Synchronisierungsfrequenz die Relaxationsfrequenz verändert wird, ein Vorgang, den v. d. Pol und v. d. Mark¹¹⁾ als „Frequenzdemultiplikation“ bezeichnen. Die Abb. 13 gibt bei den vorliegenden symmetrischen Kipperschwingungen den Vorgang im Experiment wieder, wobei als Abszisse die Kapazität des Kondensators C und als Ordinate

die Relaxationsfrequenz aufgetragen ist. Während die mittlere Kurve den Verlauf der freien Relaxationsfrequenz als Funktion der Kapazität C darstellt, treten bei Einführung einer konstanten Wechselspannung von 2220 Hz die horizontalen

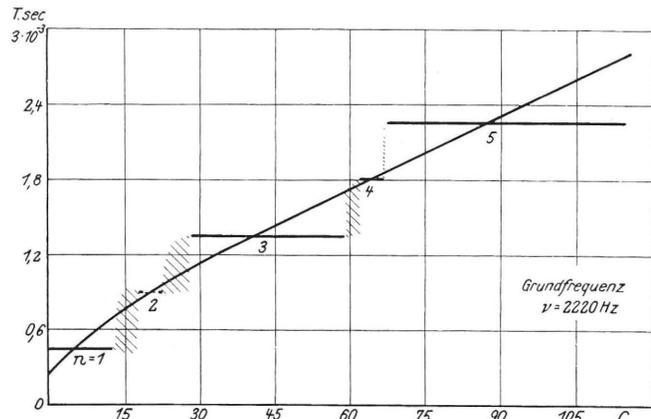


Abb. 13. Frequenzdemultiplikation symmetrischer Kipperschwingungen.

Synchronisierungsbereiche auf, welche wieder je nach ihren gerad- oder ungeradzahigen Ordnungszahlen verschiedene Ausdehnungen aufweisen. Bei den unsymmetrischen Kipperschwingungen, wie sie v. d. Pol und v. d. Mark benutzten, treten diese Unterschiede naturgemäß nicht auf.

Zusammenfassung.

Es wird die Wirkungsweise einer von Früh auf angegebenen Röhrenschaltung für symmetrische Kipperschwingungen eingehend behandelt. Ausgehend von den Röhrenkennlinien und den übrigen Bestimmungsteilen der Schaltung wird das Kippdiagramm konstruiert sowie die Relaxationsfrequenz und die Kippspannungen berechnet.

Durch eine in die Kipperschaltung eingeführte Wechselspannung veränderlicher Frequenz werden die Relaxationsschwingungen innerhalb begrenzter Bereiche synchronisiert, deren Ausdehnung verschieden ist, je nachdem das Verhältnis zwischen Kipp- und Synchronisierungsfrequenz gerad- oder ungeradzahlig ist. Die Ursachen für diese Abweichung werden graphisch und rechnerisch angegeben und die Ergebnisse durch oszillographische Aufnahmen mit der Braunschen Röhre bestätigt. Die analoge Erscheinung zeigt sich bei der „Frequenzdemultiplikation“.

Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, welche mir die vorliegenden Untersuchungen ermöglichte, bin ich zu großem Dank verpflichtet; ferner danke ich Herrn H. Schultes für seine Unterstützung bei den Messungen.

(Eingegangen am 27. Januar 1931.)

¹¹⁾ v. d. Pol und v. d. Mark: Nature 3919, S. 364, 1927.