

Sonderdruck

aus

ARCHIV DER ELEKTRISCHEN ÜBERTRAGUNG

Das Fernnebensprechen im Vierer eines Sternviererkabels

Von WILHELM KLEIN, Berlin

Das Fernnebensprechen im Vierer eines Sternviererkabels

Von WILHELM KLEIN, Berlin

(Mitteilung aus dem Institut für Schwingungsforschung der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg)*

(A.Ü.E. 5 [1951], 414—421; eingegangen am 26. Mai 1951)

DK 621.396.822.1:621.395.511

Als neueste Entwicklung auf dem Gebiet der Trägerfrequenzkabel wurde ein unbespultes Kabel aus zwölf Sternvierern mit einer höchsten Übertragungsfrequenz von 252 kHz geschaffen, das im Doppelkabelbetrieb auf jedem Stamm mit 60 Gesprächskanälen belegt wird¹. Insgesamt werden also über die für die beiden Übertragungsrichtungen erforderlichen beiden Kabel $24 \times 60 = 1440$ Gespräche übertragen. Die Schwierigkeiten für die Verwendung derartig hoher Übertragungsfrequenzen in einem vielpaarigen Kabel liegen fast ausschließlich in der Notwendigkeit, eine ausreichende Fernnebensprechdämpfung zwischen den einzelnen Leitungen sicherzustellen.

Die Untersuchungen des Nebensprechproblems bei Trägerfrequenzkabeln sind, wenigstens soweit sie bisher veröffentlicht wurden, in der Hauptsache meßtechnisch durchgeführt; sie hatten das Ziel, für im Bau befindliche Anlagen Verfahren des Nebensprechausgleiches zu schaffen. Im vorliegenden Aufsatz soll gezeigt werden, daß sich das Problem auch rein theoretisch behandeln läßt nach dem gleichen Verfahren, wie vor kurzem das Nebensprechen auf

einem Freileitungsgestänge² näher untersucht wurde. Wir wollen uns jedoch in diesem Aufsatz auf das Nebensprechen zwischen den beiden Stämmen desselben Vierers beschränken, das Nebensprechen zwischen Nebenvierern also zunächst außer Betracht lassen.

Das Nebensprechen in Trägerfrequenzkabeln läßt sich in gleicher Weise wie bei Freileitungen behandeln, weil die Frequenzen so hoch liegen, daß man auch die Kabelleitungen hinsichtlich des Nebensprechens als ideale Leitungen ansehen kann. Ideale Leitungen haben ein homogenes verlustfreies Dielektrikum und widerstandslose Leiter. Bei ihnen verlaufen sowohl das elektrische als auch das magnetische Feld ausschließlich im Dielektrikum; die Kraftlinien beider Felder stehen aufeinander senkrecht, und es sind daher die elektrischen und magnetischen Induktivitäten und Gegeninduktivitäten einander proportional³. Bei den wirklichen Leitungen ist insbesondere die Voraussetzung der widerstandslosen Leiter nicht erfüllt. Trotzdem weichen bei hohen Frequenzen das elektrische und das magnetische Feld nur unwesentlich von dem

* Die vorliegende Arbeit wurde durch häufige Diskussionen mit meinem Kollegen F. RINCK wesentlich gefördert.

¹ RING, F. und ZERBEL, W., Die Reichweite von Trägerfrequenzsystemen. FTZ 3 [1950]. 377—384; 465.

² KLEIN, W., Das Nebensprechen auf einem Freileitungsgestänge. A.E.Ü. 4 [1950], 293—300; 361—366.

³ WAGNER, K. W., Induktionswirkungen von Wanderwellen in Nachbarleitungen. ETZ 35 [1914], 639; 677; 705.

der idealen Leitungen ab. Bei 250 kHz beträgt z. B. im Bleimantel die äquivalente Leitschichtdicke nur noch 0,36 mm, in den 1,2 mm starken Kupferadern 0,13 mm, die Feldverdrängung ist also bei dieser Frequenz schon so groß, daß für das Magnetfeld die Leiter nahezu wie Spiegel wirken, wie das für das elektrische Feld bei allen Frequenzen, einschließlich der Frequenz Null, der Fall ist. Das gilt auch bei noch tieferen Frequenzen, bei Kabelleitungen bis größenordnungsmäßig 30 kHz⁴. Es ist daher zulässig, zur Berechnung des Nebensprechens oberhalb etwa 30 kHz die Leitungen als ideal, d. h. als verlustfrei anzunehmen⁵. Bei solchen Leitungen vereinfacht sich die Berechnung des Nebensprechens außerordentlich.

Die Rechnung für ideale ungekreuzte Leitungen⁶ findet sich im Anhang I. Das Ergebnis ist, daß bei ungekreuzten idealen Leitungen das Fernnebensprechen nur durch doppeltes Nahnebensprechen über dritte Leitungen zustande kommt, und daß das Fernnebensprechen in diesem Fall nicht proportional der Leitungslänge ist.

Der systematische Anteil des Fernnebensprechens

Man zerlegt das Nebensprechen zweckmäßig in einen systematischen Anteil, der auch bei absolut genau gebauten Systemen vorhanden ist, und der sich z. B. durch Verdrillen und Kreuzen verringern läßt, und einen unsystematischen Anteil, der durch die Bauungenauigkeiten bedingt wird. Für das systematische Fernnebensprechen dieser verdrehten Leitungen kommt wie bei ungekreuzten Leitungen nur das doppelte Nahnebensprechen über dritte Leitungen in Betracht. Die Leitungssysteme, die für das Nebensprechen wirksam sind, hat man bekanntlich⁷ immer so zu bilden, daß aus $(z+1)$ Drähten oder z Drähten über Erde z Leitungen entstehen. Ist die Anzahl z groß, so ergeben sich dabei sehr viele verschiedene Möglichkeiten. Bei Sternviererkabeln ist es zweckmäßig, jeweils aus den vier Drähten eines Vierers folgende Leitungen zu bilden: Stamm 1, Stamm 2, Vierer V und unsymmetrisches System V/E. Als dritte Leitungen für das Fernnebensprechen zwischen den beiden Stämmen eines Sternvierers kommen daher grundsätzlich in Frage:

- der eigene Vierer,
- die unsymmetrischen Systeme des eigenen Sternvierers und der benachbarten Sternvierer,

⁴ Bei noch tieferen Frequenzen macht sich die Phasenverschiebung in den Leitern, insbesondere im Bleimantel bemerkbar. Hierdurch werden die Gegeninduktivitäten komplex. Vgl. z. B. WUCKEL, G., Entstehung und Wesen der magnetischen Nebensprechkopplungen in Fernsprechkabeln. Europ. Fernspr. Dienst **34** [1934], 18—26.

⁵ Für die Wellenausbreitung längs der Leitungen sind jedoch die Verluste durch die Leitungsdämpfung zu berücksichtigen (vgl. Anhang I, Schluß).

⁶ Der allgemeine Fall nicht-idealer Leitungen wurde in der in Anm. 2 zitierten Arbeit durchgeführt, die im folgenden kurz als „Freileitungsaufsatz“ bezeichnet wird.

⁷ Vgl. Freileitungsaufsatz, S. 294 u. 365.

- die Stämme und Vierer der benachbarten Sternvierer.

Von diesen möglichen dritten Leitungen scheidet der eigene Vierer exakt aus, weil die Stamm-Vierer-Kopplungen in einem genau gebauten Sternvierer gleich Null sind. Weiter wollen wir die Stämme und Vierer der Nachbarvierer außer Betracht lassen, weil ihr Nebensprechen wegen der Verdrillung und wegen des Abstandes klein ist. Es bleiben also nur die unsymmetrischen Systeme als dritte Leitungen übrig. Ein unsymmetrisches System Vierer/Bleimantel ist ungekreuzt und unverdrillt; es sind aber die beiden betrachteten Stammleitungen 1 und 2 ihm gegenüber mit der Schlaglänge G ihres Sternvierers verdreht. Da ihre beiden Leitungsschleifen an jeder Stelle des Kabels aufeinander senkrecht stehen, sind die Nullpunkte und Maxima ihrer Kopplungen um eine viertel Schlaglänge gegeneinander verschoben. Es ergibt sich also ein äquivalentes Kreuzungsschema nach Abb. 1, das die durch die Verdrillung erzeugten Kreuzungen relativ zu dem ungekreuzten unsymmetrischen System V/E zeigt.

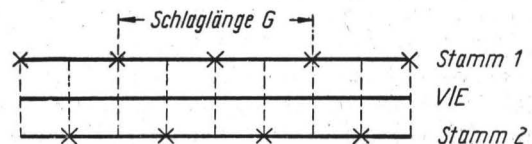


Abb. 1. Äquivalenter Kreuzungsplan der Stämme eines Sternvierers gegen das unsymmetrische System V/E.

Dieses Schema gilt sowohl, wenn das eigene unsymmetrische System dritte Leitung ist, als auch für die unsymmetrischen Systeme der Nebenvierer.

Nach der Formel (23) des Anhangs II ist, da die Schlaglänge $G = 4 w$ ist, mit $\gamma \approx i \omega/v$:

$$\frac{u_{21}}{u_{11}} = \pm \frac{1}{8} \lambda' \lambda'' \frac{\omega^2}{v^2} G l. \quad (A)$$

Die Formel gilt unter der in der Praxis immer erfüllten Voraussetzung, daß die Schlaglänge G klein gegenüber der Wellenlänge ist. Das systematische Fernnebensprechen ist also reell, und zwar proportional der Länge l und dem Quadrat der Frequenz. Besonders wichtig für das Folgende ist jedoch die Tatsache, daß dieses Nebensprechen positiv oder negativ ist, je nachdem man in dem einen oder dem anderen Stamm des Sternvierers sendet. Das gibt die Erklärung für den bei dem Imvierernebensprechen beobachteten Tauscheffekt (vgl. weiter unten). Man kann wegen der Längenproportionalität diesen systematischen Anteil (A) nach dem bei Freileitungen bewährten Verfahren⁸ durch eine Kreuzung in der Mitte einer der beiden Stammleitungen vollständig zum Verschwinden bringen.

Der unsystematische Anteil des Fernnebensprechens

Schon ein flüchtiger Blick auf die Meßergebnisse des Nebensprechens im Trägerfrequenzkabel zeigt

⁸ KLEIN, W., Trägerfrequenztechnik. Akad. Verlagsges., Leipzig 1949, S. 165.

an dem unregelmäßigen Charakter der Kurven, daß der durch die unvermeidlichen Bauungenauigkeiten bedingte unsystematische Anteil einen entscheidenden Einfluß hat. Als Bauungenauigkeiten für das Imvierernebensprechen kommen wohl vor allem Verlagerungen der Adern gegenüber dem idealen Aufbau des Sternvierers in Frage. Sie bewirken, daß die Stamm-Stamm-Kopplungen und die Stamm-Vierer-Kopplungen nicht mehr gleich Null sind. Nimmt man an, daß diese Kopplungen über gewisse Teillängen w einigermaßen konstant sind, dann könnte man das Fernnebensprechen nach der Formel (21) von Anhang II berechnen, wenn man in jeder Teillänge die Größe der Kopplung λ angeben könnte. Das ist natürlich nicht der Fall; aber auch ohne dies läßt sich über den Verlauf der Ortskurve des Fernnebensprechens etwas aussagen.

Man kann das unsystematische Fernnebensprechen nach Gl. (21) in drei Glieder (a), (b) und (c) zerlegen. Über die Größe der runden Klammern von (a) und (b) ist nur bekannt, daß sie irgendeinen positiven oder negativen reellen Wert haben. Man kann daraus aber schließen, daß wegen $\gamma \approx i\omega/v$ das erste Glied (a) einen Anteil darstellt, der rein imaginär ist und proportional der Frequenz; seine Ortskurve liegt also in der imaginären Achse und trägt eine gleichmäßige Frequenzteilung. Der zweite Anteil (b) dagegen ist reell und proportional dem Quadrat der Frequenz; hier liegt die Ortskurve in der reellen Achse der komplexen Ebene. Der dritte Anteil (c) schließlich enthält die Exponentialglieder und bekommt damit allerdings eine völlig unübersichtliche Frequenzabhängigkeit. Er ist z. B. für die Schleifen in den Ortskurven verantwortlich, die sich in den Meßergebnissen zeigen (vgl. Abb. 3)⁹.

Vergleich mit Meßergebnissen

Während man sich im Niederfrequenzbereich damit begnügen konnte, nur die Dämpfung des Nebensprechens zu messen, kann bei Trägerfrequenzen auf die Messung der Phase nicht verzichtet werden. Man mißt daher z. B. den Vektor der Fernnebensprechspannung bezogen auf den Strom in der störenden Leitung und trägt das Ergebnis, den Widerstand $r + i\omega m$, als Ortskurve in der komplexen Ebene auf. Solche Messungen an Sternviererkabeln sind erstmalig von Hans SCHMIDT¹⁰ veröffentlicht worden, in wesentlich größerem Umfang dann von

⁹ Bei den Meßergebnissen Abb. 2 und 3 ist die Spannung am Ende der gestörten Leitung auf den Strom im Abschlußwiderstand der störenden Leitung bezogen, während wir das Nebensprechen als Spannungsverhältnis definiert haben. Man erhält Übereinstimmung, wenn man unsere Endgleichungen auf beiden Seiten noch mit dem Wellenwiderstand Z_1 multipliziert.

¹⁰ SCHMIDT, H., Der konzentrierte Ausgleich des Fernnebensprechens bei vielpaarigen Fernsprechkabeln. T.F.T. 31 [1942], 219—238.

SCHMIDT, H., Die Technik des Nebensprechausgleichs bei Fernsprechkabeln. Fernmelde-Ing. 3 [1943], H. 4 und 5.

G. WUCKEL und W. WOLFF¹¹. Mit diesen Meßergebnissen werden wir die Folgerungen aus unserer Theorie vergleichen. WUCKEL und WOLFF geben u. a. Messungen des Fernnebensprechens an kürzeren Kabelstücken (eine oder mehrere Lieferlängen) und auch an ganzen Verstärkerfeldern an.

Die Messungen an einer Lieferlänge von 500 m (Abb. 8 des WUCKEL-WOLFFSchen Aufsatzes) und an sechs zusammengeschalteten Lieferlängen von insgesamt 3 km zeigen als charakteristisches Merkmal den schon erwähnten Tauscheffekt: Bei einem Vertauschen des störenden mit dem gestörten Stamm erhält man eine zur Ordinate etwa spiegelbildliche Kurve (Abb. 2a). Beim Kreuzen eines der beiden Stämme in der Mitte der Leitung verschwindet dieser Tauscheffekt praktisch vollkommen (Abb. 2b). Nach der oben entwickelten Theorie er-

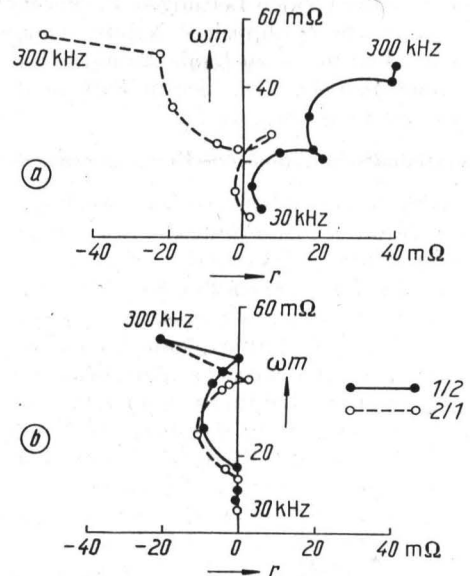


Abb. 2.

Ortskurve des Vektors des Fernnebensprechens zwischen den Stämmen eines Sternvierers (nach WUCKEL und WOLFF), Meßlänge 3 km;

a) ohne Zusatzkreuzung,

b) mit Zusatzkreuzung eines Stammes.

gibt ein reeller systematischer Anteil nach (A) und ein rein imaginärer unsystematischer Anteil (Glieder (a) von Gl. (21) des Anhangs II) gerade das durch die Messungen festgestellte Verhalten. Dabei hängt die Größe des Imaginärteils von der zufälligen Verteilung der Kopplungen ab. Nach der Beseitigung des systematischen Anteils (Abb. 2b) erkennt man, daß außer dem rein imaginären Anteil immer noch ein negativer reeller Anteil übrig ist, der aber jetzt im Wesentlichen auf das unsystematische Glied (b) zurückzuführen ist. Die starken Unregelmäßigkeiten der Kurve 2b, die bei Vergrößerung der Zahl der Meßpunkte sicher noch viel stärker herausgekommen wären, sind auf die Exponentialfunktionen im Glied (c) von Formel (21) zurückzuführen.

¹¹ WUCKEL, G. und WOLFF, W., Pupinisierte Trägerfrequenzkabel. A.E.Ü. 2 [1948], 343—357; 3 [1949], 11—23.

Beim Zusammenschalten der Lieferlängen zum Verstärkerfeld (etwa 18 km) beseitigt man den systematischen Anteil des Fernnebensprechens und damit den systematischen Tauscheffekt durch Ausgleichskreuzungen in einer der beiden Stammleitungen. Das übrigbleibende unsystematische Fernnebensprechen hat grundsätzlich den gleichen Verlauf wie bei einer oder mehreren Lieferlängen, wie die Beispiele in Abb. 3 zeigen. Beim Vertauschen des störenden und des gestörten Stammes gehen in Gl. (21) die λ' in die λ'' und umgekehrt über. Dabei bekommt z. B. die Klammer (b) irgendeinen anderen positiven oder negativen Wert, dessen Größe man aber im einzelnen nicht angeben kann. Es gibt also hier einen unsystematischen Tauscheffekt, der auch in den Meßergebnissen zum Ausdruck kommt. Sein Hauptmerkmal gegenüber dem systematischen Tauscheffekt ist, daß er sich nicht durch Ausgleichskreuzungen beseitigen läßt.

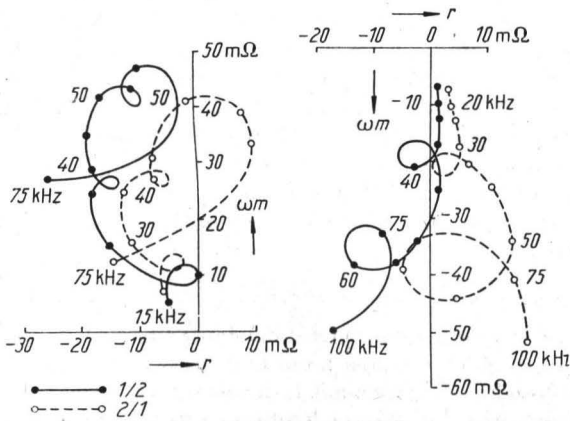


Abb. 3.

Ortskurven des Vektors des Fernnebensprechens zwischen den Stämmen eines Sternvierers (nach WUCKEL und WOLFF).

Ein dritter Tauscheffekt, der in den Arbeiten von H. SCHMIDT behandelt wurde, macht sich beim Nebensprechen zwischen Nachbarvierern bemerkbar. Er beruht hiernach auf der verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der verschiedendragigen Vierer¹².

Die Meßergebnisse lassen sich also ungezwungen durch die Theorie deuten, insbesondere auch der Tauscheffekt. WUCKEL und WOLFF führen dagegen den systematischen Tauscheffekt im Vierer auf die ungleichmäßige Stromverteilung in den Adern und im Bleimantel zurück. Es fehlt aber bei ihnen eine formelmäßige Darstellung dieses Entstehungsmechanismus, so daß nicht ersichtlich ist, ob es sich dabei wirklich um nennenswerte Anteile handelt. Die Tatsache, daß, wie oben erwähnt, die äquivalenten Leitschichtdicken so klein sind, daß die Ströme

¹² Den Nachweis des verschiedenen Entstehungsmechanismus des Tauscheffekts im Vierer und des zwischen Nachbarvierern haben WUCKEL und WOLFF durch einen sehr anschaulichen Versuch gebracht (Abb. 4 ihres Aufsatzes).

praktisch nur in der Außenhaut der Drähte und auf der Innenoberfläche des Bleimantels fließen, läßt das fraglich erscheinen.

Anhang I

Das Nebensprechen in einem Bündel ungekreuzter idealer Leitungen

a) Die verallgemeinerten Telegraphengleichungen

In einem Bündel paralleler Leitungen sind Strom und Spannung jeder einzelnen Leitung an der Stelle x durch zwei Differentialgleichungen gegeben, die man aus den beiden KIRCHHOFFSchen Regeln erhält. Besteht das Bündel aus z Leitungen, dann bekommt man also zwei Systeme von je z Gleichungen. Wir erhalten bei sinusförmiger Zeitabhängigkeit, also unter Verwendung der komplexen Rechnung, für die erste der beiden Differentialgleichungen der Leitung mit der Nummer k :

$$-\frac{dU_k}{dx} = i\omega (L_{1k}J_1 + L_{2k}J_2 + \dots + L_kJ_k + \dots + L_{zk}J_z). \quad (1)$$

Diese Gleichung sagt aus, daß der Abfall der Spannung U_k in dem Längenelement dx durch den induktiven Spannungsabfall $J_k i\omega L_k dx$ hervorgerufen wird, daß aber dazu noch die durch die Ströme in den übrigen Leitungen induzierten Spannungen $J_1 i\omega L_{1k} dx$, $J_2 i\omega L_{2k} dx$, usw. kommen. Die Selbstinduktion des Längenelements der Leitung $L_k dx$ sowie die Gegeninduktivitäten zwischen den einzelnen Leitungen $L_{1k} dx$, $L_{2k} dx$ usw. kann man aus den geometrischen Abmessungen berechnen. Das Gleichungssystem (1) besteht, wie gesagt, bei z Leitungen aus z Gleichungen, d. h. k durchläuft von 1 bis z alle ganzen Zahlen.

Die zweite für die Leitung k geltende Gleichung lautet:

$$U_k = -\frac{1}{i\omega} \left(K_{1k} \frac{dJ_1}{dx} + K_{2k} \frac{dJ_2}{dx} + \dots + K_k \frac{dJ_k}{dx} + \dots + K_{zk} \frac{dJ_z}{dx} \right). \quad (2)$$

Der Unterschied zwischen hineinfließendem und herausfließendem Leitungsstrom in einem Längenelement dx ist durch die zeitliche Zunahme der Ladung $q_v dx$ dieses Längenelementes gegeben: $-dJ_v = i\omega q_v dx$. Gl. (2) besagt, daß durch eine Spannung U_k der Leitung k in allen Leitungen Ladungen beeinflusst werden. Die Proportionalitätsfaktoren zwischen Spannung und Ladung sind in Gl. (2) mit K_{ik} mit der Dimension $F^{-1} cm$ bezeichnet worden.

Es sind also hier statt der sonst üblichen Leitungskapazitäten, bzw. der gegenseitigen Kapazitäten, Größen mit der reziproken Dimension eingeführt worden. K_k nennt man elektrische Induktivität im Gegensatz zur oben verwendeten magnetischen Induktivität L_k . Die Einführung

dieser sonst ungebrauchlichen elektrischen Induktivitäten und Gegeninduktivitäten an Stelle der Kapazitäten und gegenseitigen Kapazitäten hat hier für die Rechnung wesentliche Vorteile, da bei idealen Leitungen eine einfache Proportionalität zwischen elektrischen und magnetischen Induktivitäten ($i = k$) bzw. Gegeninduktivitäten ($i \neq k$) besteht¹³:

$$K_{ik} = v^2 L_{ik}; \tag{3}$$

v ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen auf der Leitung.

Das Einsetzen von Gl. (3) in Gl. (2) bringt eine bedeutende Vereinfachung, weil nach Differentiation der Gl. (1) nach x die beiden rechten Seiten der Gl. (1) und Gl. (2) einander proportional werden:

$$-\frac{d^2 U_k}{dx^2} = i\omega \left(L_{1k} \frac{dJ_1}{dx} + L_{2k} \frac{dJ_2}{dx} + \dots + L_k \frac{dJ_k}{dx} + \dots + L_{zk} \frac{dJ_z}{dx} \right) = \frac{\omega^2}{v^2} U_k. \tag{4}$$

Man erhält also für die Spannung U_k folgende Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten:

$$\frac{d^2 U_k}{dx^2} + \frac{\omega^2}{v^2} U_k = 0 \tag{4a}$$

mit der allgemeinen Lösung

$$U_k = A_k e^{-\gamma x} + B_k e^{+\gamma x}. \tag{5}$$

A_k und B_k sind Integrationskonstanten, die noch bestimmt werden müssen; γ ergibt sich durch Einsetzen von Gl. (5) in Gl. (4) zu:

$$\gamma = i \frac{\omega}{v}. \tag{5a}$$

Das Ergebnis ist also, daß es auf jeder Leitung eine vorwärtslaufende und eine rückwärtslaufende Spannungswelle gibt. Das kilometrische Übertragungsmaß sämtlicher Wellen ist das gleiche, nämlich γ , die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist auf allen Leitungen gleich v .

Wir setzen nun die Lösung (5) in Gl. (1) ein und erhalten die Ströme auf sämtlichen z Leitungen aus einem System von z Gleichungen, von denen wir hier nur die k -te aufschreiben:

$$L_{1k} J_1 + L_{2k} J_2 + \dots + L_k J_k + \dots + L_{zk} J_z = \frac{1}{v} (A_k e^{-\gamma x} - B_k e^{+\gamma x}). \tag{6}$$

Aus diesen z linearen Gleichungen können wir die z Ströme berechnen; sie enthalten noch die $2z$ Integrationskonstanten A_k und B_k . Diese bestimmt man aus den Grenzbedingungen am Anfang und Ende jeder Leitung auf folgende Weise: Die Leitungen seien an beiden Enden mit ihren Wellenwiderständen $Z_k = \sqrt{L_k K_k}$ abgeschlossen. Es gilt

¹³ Vgl. Anm. 3.

daher mit den Bezeichnungen und den Richtungsfeilen der Abb. 4:

$$U_{kl} = J_{kl} Z_k \quad (k = 1 \dots z),$$

$$U_{k0} = -J_{k0} Z_k \quad (k = 2 \dots z). \tag{7}$$



Abb. 4. Vorzeichenfestsetzung am Anfang und am Ende der Leitung k .

Die Spannung U_{10} am Anfang der Leitung 1 ist die dem System aufgeprägte Spannung.

Die Durchführung dieser Rechnung, insbesondere die Bestimmung der Konstanten A_k und B_k ist jedoch schon bei wenigen Leitungen außerordentlich verwickelt. Es ist daher zweckmäßig, eine Näherungsrechnung zu verwenden, die darauf beruht, daß in jedem Fall die Rückwirkung der gestörten Leitung auf die störende vernachlässigt wird, was bei allen Nebensprecherscheinungen mit sehr großer Genauigkeit zulässig ist¹⁴. Mit dieser Näherung braucht man nicht mehr gleichzeitig das ganze System der gekoppelten z Gleichungen (6) zu behandeln, sondern kann die einzelnen Gleichungen nacheinander lösen.

b) Das Nebensprechen bei zwei Leitungen

Wir behandeln zunächst den einfachsten Fall, daß das Bündel nur aus zwei Leitungen besteht. Die störende Leitung sei mit 1, die gestörte Leitung (mit Rücksicht auf spätere Rechnungen) mit 3 bezeichnet.

Auf der Leitung 1 erhalten wir wegen der Anpassung am Ende und der Vernachlässigung der Rückwirkung der gestörten Leitung nur eine Welle:

$$U_1 = U_{10} e^{-\gamma x}; \quad J_1 = \frac{U_{10}}{Z_1} \cdot e^{-\gamma x}. \tag{8}$$

Gl. (5) und (6) ergibt für $k = 3$:

$$U_3 = A_3 e^{-\gamma x} + B_3 e^{+\gamma x}, \tag{9a}$$

$$L_{13} J_1 + L_3 J_3 = \frac{1}{v} (A_3 e^{-\gamma x} - B_3 e^{+\gamma x}). \tag{9b}$$

Hierin ist J_1 durch Gl. (8) gegeben. J_3 und U_3 sind gesucht, A_3 und B_3 ergeben sich aus den Grenzbedingungen (7) für $x = 0$ und $x = l$. Am Anfang der Leitung für $x = 0$ muß sein $U_{30} = -J_{30} Z_3$. Setzt man das in Gl. (9) ein, so erhält man unter Berücksichtigung der Tatsache, daß bei idealen Leitungen nach Gl. (3) $Z_k = \sqrt{L_k K_k} = vL_k = (1/v) K_k$ ist:

¹⁴ Eine wesentliche Rolle spielt dagegen diese Rückwirkung z. B. bei den Absorptionsspitzen auf Freileitungen (vgl. ELLENBERGER, G., Die Absorptionsspitzen der Leitungsdämpfung von Freileitungen. T.F.T. 32 [1943], 76—83).

$$A_3 = \frac{1}{2} U_{10} \frac{L_{13}}{L_1}.$$

Andererseits ist für $x = l$ nach Gl. (7) $U_{3l} = J_{3l} Z_3$. Damit wird aus Gl. (9):

$$B_3 = -\frac{1}{2} U_{10} \frac{L_{13}}{L_1} \cdot e^{-2\gamma l}.$$

Durch Einsetzen in Gl. (9a) und Gl. (9b) erhält man die endgültige Lösung: (10)

$$U_3 = U_{10} e^{-\gamma x} \frac{L_{13}}{2 L_1} \cdot (1 - e^{-2\gamma(l-x)}) = -J_3 Z_3$$

oder unter Verwendung der normierten Spannungen und Ströme $u = U/\sqrt{Z}$ bzw. $i = J/\sqrt{Z}$ und des Kopplungsfaktors $\lambda_{13} = \frac{L_{13}}{\sqrt{L_1 L_3}} = \frac{K_{13}}{\sqrt{K_1 K_3}}$:

$$u_3 = -i_3 = u_{10} e^{-\gamma x} \frac{\lambda_{13}}{2} \cdot (1 - e^{-2\gamma(l-x)}). \quad (11)$$

Aus Gl. (10) bzw. Gl. (11) folgt für $x = l$ die bekannte Tatsache, daß das unmittelbare Fernnebensprechen zwischen zwei Leitungen verschwindet.

c) Das Nebensprechen bei drei Leitungen

Die störende Leitung sei mit 1, die gestörte Leitung mit 2 und die dritte Leitung mit 3 bezeichnet. Die Leitung 2 wird sowohl durch Leitung 1 wie durch Leitung 3 beeinflusst. Da die Rückwirkung auf die jeweils störende Leitung vernachlässigt werden soll, können wir die Ströme und Spannungen auf 1 nach Gl. (8) und auf 3 nach Gl. (10) als gegeben ansehen. Aus Gl. (5) und Gl. (6) ergibt sich für $k = 2$:

$$U_2 = A_2 e^{-\gamma x} + B_2 e^{+\gamma x}, \quad (12a)$$

$$L_{12} J_1 + L_2 J_2 + L_{32} J_3 = \frac{1}{v} (A_2 e^{-\gamma x} - B_2 e^{+\gamma x}). \quad (12b)$$

Setzen wir hierin J_1 nach Gl. (8) und J_3 nach Gl. (10) ein, so können wir wie oben bei den zwei Leitungen aus den beiden Grenzbedingungen (7) für $x = 0$ und $x = l$ die beiden Integrationskonstanten A_2 und B_2 bestimmen. Wir geben hier nur das Endergebnis an, von dessen Richtigkeit man sich rasch durch Einsetzen in Gl. (12) und Gl. (7) überzeugen kann:

$$U_2 = U_{10} e^{-\gamma x} \left[\frac{L_{12}}{2 L_1} \cdot (1 - e^{-2\gamma(l-x)}) - \frac{L_{13} L_{32}}{4 L_1 L_3} \cdot (1 - e^{-2\gamma l}) \right], \quad (13a)$$

$$J_2 Z_2 = U_{10} e^{-\gamma x} \left[-\frac{L_{12}}{2 L_1} \cdot (1 - e^{-2\gamma(l-x)}) - \frac{L_{13} L_{32}}{4 L_1 L_3} \cdot (1 - e^{-2\gamma l}) \right], \quad (13b)$$

oder mit Verwendung der normierten Größen¹⁵

$$u_2 = u_{10} e^{-\gamma x} \left[\frac{\lambda_{12}}{2} (1 - e^{-2\gamma(l-x)}) - \frac{\lambda_{13} \lambda_{32}}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) \right], \quad (14a)$$

$$i_2 = u_{10} e^{-\gamma x} \left[-\frac{\lambda_{12}}{2} (1 - e^{-2\gamma(l-x)}) - \frac{\lambda_{13} \lambda_{32}}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) \right]. \quad (14b)$$

Das ist der Spannungs- und Stromverlauf über die ganze Leitung 2, die von der Leitung 1 unmittelbar und von der Leitung 3 mittelbar beeinflusst wird. Praktisch hat vor allem die Spannung am Ende und am Anfang der Leitung, d. h. das Fernnebensprechen und das Nahnebensprechen Interesse. Wir erhalten dafür aus Gl. (14a)

Fernebensprechen:

$$\frac{u_{2l}}{u_{1l}} = -\frac{\lambda_{13} \lambda_{32}}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) \quad (15a)$$

Nahnebensprechen:

$$\frac{u_{20}}{u_{10}} = \left(\frac{\lambda_{12}}{2} - \frac{\lambda_{13} \lambda_{32}}{4} \right) (1 - e^{-2\gamma l}). \quad (15b)$$

Hieraus erhält man weiter das Fernnebensprechen und Nahnebensprechen eines einzelnen Längenelements der Länge dx , wenn man mit $\gamma l \ll 1$ für $1 - e^{-2\gamma l} \approx 2\gamma l = 2\gamma dx$ setzt:

$$\frac{d u_{2l}}{u_{1l}} = -\frac{\lambda_{13} \lambda_{32}}{2} \cdot \gamma dx \quad (17)$$

$$\frac{d u_{20}}{u_{10}} = \left(\lambda_{12} - \frac{\lambda_{13} \lambda_{32}}{2} \right) \cdot \gamma dx$$

d) Das Nebensprechen bei vier und mehr Leitungen

Die Berechnung des Nebensprechens in Bündeln von vier und mehr Leitungen bietet bei Vernachlässigung der Rückwirkung keinerlei zusätzliche Schwierigkeiten. Man berechnet zunächst Span-

¹⁵Die entsprechende Formel (27) des Freileitungsaufsatzes ist unrichtig. Es muß mit den dort benutzten Bezeichnungen heißen:

$$\begin{aligned} \text{Für ideale Leitungen } (\kappa_{12F} = -\frac{1}{2} \lambda_{13} \lambda_{32}) \text{ wird:} \\ \frac{u_{2x}}{u_{1x}} = \frac{1}{2} \kappa_{12N} (1 - e^{-2\gamma(l-x)}) \\ + \frac{1}{4} \kappa_{13N} \kappa_{32N} (-e^{-2\gamma(l-x)} + e^{-2\gamma l}). \quad (27) \end{aligned}$$

Diese Gleichung ist wegen $\kappa_{12N} = \lambda_{12} - \frac{1}{2} \lambda_{13} \lambda_{32}$ mit unserer Gleichung (14a) identisch.

Ein anderer Fehler findet sich in Abb. 2 des Freileitungsaufsatzes. Hier muß die Kopplungsspule den Wert $\frac{L_{11} L_{22}}{4 L_{12}} dx$ haben statt wie angegeben $\frac{L_{11} L_{22}}{L_{12}} dx$.

nungen und Ströme auf sämtlichen „dritten“ Leitungen 3, 4, 5 usw. nach Gl. (10); das Nebensprechen auf Leitung 2 ist dann die Summe aller Beeinflussungen der Leitungen 1, 3, 4, 5 usw. Das bedeutet, daß man statt Gl. (15a) und Gl. (15b) erhält

Fernnebensprechen:

$$\frac{u_{2l}}{u_{1l}} = -\frac{1}{4}(\lambda_{13}\lambda_{32} + \lambda_{14}\lambda_{42} + \lambda_{15}\lambda_{52} + \dots)(1 - e^{-2\gamma l}) \quad (18a)$$

Nahnebensprechen:

$$\frac{u_{20}}{u_{10}} = \left(\frac{\lambda_{12}}{2} - \frac{\lambda_{13}\lambda_{32}}{4} - \frac{\lambda_{14}\lambda_{42}}{4} - \frac{\lambda_{15}\lambda_{52}}{4} - \dots \right) \cdot (1 - e^{-2\gamma l}). \quad (18b)$$

Die Formeln zeigen, daß bei idealen Leitungen keine längenproportionalen Glieder auftreten, bzw. daß bei solchen Leitungen das unmittelbare Fernnebensprechen, bei dem nur zwei Leitungen beteiligt sind, verschwindet. Aus diesem Grunde gibt es bei idealen Leitungen auch kein mittelbares Fernnebensprechen durch doppeltes Fernnebensprechen über dritte Leitungen, sondern nur das durch doppeltes Nahnebensprechen entstehende, das nach Gl. (18a) berechnet werden kann.

e) Gültigkeitsbereich der abgeleiteten Formeln

Die Voraussetzung, daß die Leitungen verlustfrei sind, bedeutet z. B., daß γ nach Gl. (5a) rein imaginär ist und daher in Gl. (18) der Faktor $e^{-2\gamma l}$ nur eine Phasendrehung, aber keine Dämpfung ergibt. Das entspricht offenbar nicht den praktischen Verhältnissen. Es zeigt sich, daß man den Einfluß der Verluste auf den Leitungen näherungsweise richtig erfaßt, wenn man sie bei der Wellenausbreitung in üblicher Weise durch eine komplexe Fortpflanzungskonstante $\gamma = \beta + i\alpha$ berücksichtigt, sie jedoch bei den Kopplungen vernachlässigt. Man kann also die für ideale Leitungen abgeleiteten Formeln auch für wirkliche unbespulte Leitungen benutzen, wenn man γ komplex nimmt und andererseits die Frequenz so hoch wählt, daß sowohl die Wellenwiderstände wie auch die Gegeninduktivitäten reell sind.

Diese Voraussetzung ist, wie erwähnt, bei den unbespulten Trägerfrequenzkabeln bei Frequenzen über 20...30 kHz bereits gut erfüllt, um so besser bei den unbespulten 60 kHz-Kabeln und 250 kHz-Kabeln. Bei Freileitungen trifft dies schon oberhalb 1 kHz zu.

Anhang II

Das Fernnebensprechen bei beliebiger Kopplungsverteilung

Bei dem oben behandelten Fall war angenommen, daß die Kopplungsfaktoren λ_{13} und λ_{32} über die ganze Leitungslänge konstant sind. Das ist aber in vielen Fällen nicht der Fall. Zum Beispiel können die Leitungen gekreuzt sein, wodurch die λ abwechselnd positives und negatives Vorzeichen be-

kommen, oder es kann sich wie bei verdrehten Leitungen die Größe der λ nach einem bestimmten Gesetz ändern, ja es kann sogar vorkommen, daß wie beim unsystematischen Nebensprechen von der Größe der λ nur die statistische Verteilung bekannt ist. Wir werden daher jetzt den Fall betrachten, daß die drei Leitungen in n Abschnitte der Längen w_1, w_2, \dots, w_n unterteilt sind, die die Kopplungsfaktoren $\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_n$ und $\lambda''_1, \lambda''_2, \dots, \lambda''_n$ haben. λ' bzw. λ'' ist eine andere Schreibweise für λ_{13} bzw. λ_{32} .

Wir behandeln zunächst den Fall $n = 2$ (Abb. 5). Wenn man die Leitung 3 zunächst im Punkt A aufteilt und beide Teilstücke mit ihren Wellen-

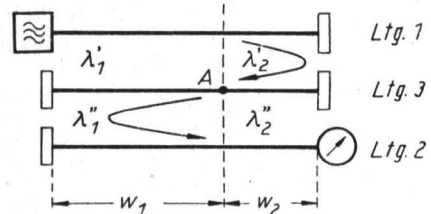


Abb. 5. Zum Additionstheorem des Fernnebensprechens durch doppeltes Nahnebensprechen.

widerständen abschließt, ist das Fernnebensprechen der ganzen Länge ($w_1 + w_2$) gleich der Summe aus den beiden Teillängen w_1 und w_2 , das man aus Gl. (15) erhält. Schaltet man in A die dritte Leitung durch, so kommt als weiterer Anteil das Produkt aus den beiden in Abb. 5 angedeuteten Nahnebensprechensspannungen hinzu, die sich aus Gl. (11) ergeben.

Insgesamt erhält man also:

$$\begin{aligned} \frac{u_{2(w_1+w_2)}}{u_{1(w_1+w_2)}} &= \quad (19) \\ &= -\frac{\lambda'_1 \lambda''_1}{4} \cdot (1 - e^{-2\gamma w_1}) - \frac{\lambda'_2 \lambda''_2}{4} \cdot (1 - e^{-2\gamma w_2}) \\ &\quad + \frac{\lambda'_2}{2} \cdot (1 - e^{-2\gamma w_2}) \cdot \frac{\lambda''_1}{2} \cdot (1 - e^{-2\gamma w_1}). \end{aligned}$$

Für $\lambda'_1 = \lambda'_2$ und $\lambda''_1 = \lambda''_2$ ergibt sich, wie es sein muß, für die rechte Seite der Wert

$$-\frac{\lambda'_1 \lambda''_1}{4} \cdot (1 - e^{-2\gamma(w_1+w_2)}).$$

Wir setzen weiterhin die Teillänge w als klein gegenüber der Wellenlänge voraus, d. h. es ist $\gamma w \ll 1$. Damit wird aus Gl. (19) wegen $1 - e^{-2\gamma w} \approx 2\gamma w$:

$$\frac{u_{2(w_1+w_2)}}{u_{1(w_1+w_2)}} = -\frac{\gamma}{2} (\lambda'_1 \lambda''_1 w_1 + \lambda'_2 \lambda''_2 w_2) + \gamma^2 \lambda'_1 \lambda''_2 w_1 w_2. \quad (20)$$

Für drei Teillängen erhält man nach dem gleichen Verfahren:

$$\begin{aligned} \frac{u_{2(w_1+w_2+w_3)}}{u_{1(w_1+w_2+w_3)}} &= -\frac{\gamma}{2} (\lambda'_1 \lambda''_1 w_1 + \lambda'_2 \lambda''_2 w_2) + \gamma^2 \lambda'_1 \lambda''_2 w_1 w_2 \\ &\quad - \frac{\gamma}{2} \lambda'_3 \lambda''_3 w_3 + \lambda'_3 \gamma w_3 (\lambda'_2 \gamma w_2 + e^{-2\gamma w_2} \lambda'_1 \gamma w_1) \end{aligned}$$

und schließlich für alle n Teillängen:

$$\frac{u_{2l}}{u_{1l}} = -\frac{\gamma}{2} (\lambda'_1 \lambda'_1 w_1 + \lambda'_2 \lambda'_2 w_2 + \dots + \lambda'_n \lambda'_n w_n) \tag{21}$$

$$+ \gamma^2 (\lambda''_1 \lambda'_2 w_1 w_2 + \lambda''_2 \lambda'_3 w_2 w_3 + \dots + \lambda''_{n-1} \lambda'_n w_{n-1} w_n) \tag{a}$$

$$+ \gamma^2 (\lambda'_1 w_1 e^{-2\gamma w_2} \lambda'_3 w_3 + \lambda'_2 w_2 e^{-2\gamma w_3} \lambda'_4 w_4 + \dots + \lambda''_{n-2} w_{n-2} e^{-2\gamma w_{n-1}} \lambda'_n w_n) \tag{b}$$

$$+ \lambda'_1 w_1 e^{-2\gamma(w_2 + w_3)} \lambda'_4 w_4 + \dots + \lambda''_{n-3} w_{n-3} e^{-2\gamma(w_{n-2} + w_{n-1})} \lambda'_n w_n + \dots \tag{c}$$

$$+ \lambda'_1 w_1 e^{-2\gamma(w_2 + w_3 + \dots + w_{n-1})} \lambda'_n w_n. \tag{c}$$

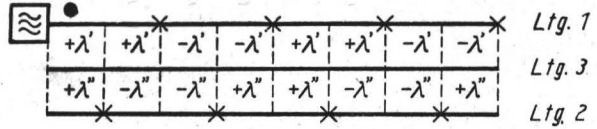


Abb. 6. Kopplungsverteilung beim äquivalenten Kreuzungsplan nach Abb. 1.

$$\frac{u_{2l}}{u_{1l}} = \gamma^2 w^2 \lambda' \lambda'' \{ n-1 \overline{\mathcal{F}}(n-3) e^{-2\gamma 2w} + (n-5) e^{-2\gamma 4w} + \dots + [n-(n-1)] e^{-2\gamma(n-2)w} \}. \tag{22}$$

Nach Summierung der in der Klammer stehenden Reihen erhält man für $\gamma w \ll 1$ und $nw = l$:

$$\frac{u_{2l}}{u_{1l}} = \lambda' \lambda'' \left[\frac{\gamma^2 w l}{2} - (\gamma w)^3 (1 - e^{-2\gamma l}) \right] \approx \frac{1}{2} \lambda' \lambda'' \gamma^2 w l. \tag{23}$$

Diese Formel ist ein Sonderfall der im Freileitungsaufsatz abgeleiteten Formel (38) für das Fernnebensprechen bei Leitungen mit gleichen höchsten Kreuzungsindizes.

Für unseren Zweck besonders wichtig ist im Vergleich hierzu der Betriebsfall, in dem in Abb. 6 der Generator nicht die Leitung 1, sondern die Leitung 2 speist und dafür am anderen Ende das Nebensprechen in der Leitung 1 gemessen wird. Durch Einsetzen der entsprechenden Werte von λ in Gl. (21) erhält man gerade den negativen Wert¹⁶ von Gl. (22) und damit von Gl. (23). Man bezeichnet diese Erscheinung, daß man beim Vertauschen von störender und gestörter Leitung einen anderen Wert des Nebensprechens erhält, als Tauscheffekt.

¹⁶ Nach Abschluß dieser Arbeit stellte sich heraus, daß Herr F. RINCK in einem bisher unveröffentlichten Aufsatz aus dem Jahre 1945 gezeigt hat, daß diese Erscheinung bei allen längssymmetrischen Kreuzungsplänen auftritt, wenn die Summe der Kreuzungen in einem Ausgleichsabschnitt gerade ist.

Aus dieser Formel kann man durch zusätzliche Annahmen über die Verteilung der λ das Fernnebensprechen für praktisch interessierende Fälle erhalten. Wenn z. B. die λ über die ganze Leitung konstant sind ($\lambda'_1 = \lambda'_2 = \dots = \lambda'_n = \lambda'$, $\lambda''_1 = \lambda''_2 = \dots = \lambda''_n = \lambda''$) und alle w als gleich angenommen werden, ergibt sich mit $nw = l$ und $\gamma w \ll 1$ daraus, wie es sein muß, die Formel (15a) für ungekreuzte Leitungen.

In ähnlicher Weise kann man aus Gl. (21) das Fernnebensprechen für gekreuzte Leitungen erhalten. Z. B. hat man für einen Kreuzungsplan nach Abb. 6 die Werte der Kopplungsfaktoren λ nach dem in der Abb. 6 eingetragenen Schema zu wählen. Durch Einsetzen in Gl. (21) erhält man das Fernnebensprechen der aus $n = 8$ gleichen Teillängen w bestehenden Linie, sofern der Generator, wie in Abb. 6 eingezeichnet, in Leitung 1 sendet: